

**«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финуниверситет)**

**Калужский филиал Финуниверситета**

**Кафедра «Бизнес – информатика и высшая математика»**

**«УТВЕРЖДАЮ»**



**Директор Калужского филиала  
Финуниверситета**

*В.А. Матчинов* **В.А. Матчинов**

**И.В.Дробышева**

**МАТЕМАТИКА**

**Рабочая программа дисциплины**

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

38.03.01 – Экономика,

ОП «Экономика и финансы», профиль «Финансы и кредит»,

очная и очно-заочная формы обучения.

ОП «Бизнес- анализ, налоги и аудит»,

профиль «Учет, анализ и аудит», очная форма.

*Рекомендовано Ученым советом Калужского филиала Финуниверситета  
(протокол № 16 от 27.06. 2024 г.)*

Одобрено кафедрой «Бизнес – информатика и высшая математика»  
Калужского филиала Финуниверситета  
(протокол № 12 от 27 июня 2024 г.)

КАЛУГА 2024

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Математика» студентам, обучающимся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», образовательным программам «Экономика и финансы» по очной и очно-заочной формам обучения, «Бизнес-анализ, налоги и аудит» по очной форме.

В рабочей программе излагаются планируемые результаты освоения дисциплины, содержание дисциплины, тематика и содержание семинаров и практических занятий, технологии их проведения. В рабочей программе дисциплины приводится перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся, фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся, перечень основной и дополнительной литературы, а также ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

СОГЛАСОВАНО:

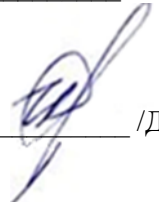
Заместитель директора  
по учебно-методической работе  
«27» июня 2024 г.

 /Орловцева О.М./

Начальник учебно-методического отдела  
«27» июня 2024 г.

 /Толстикова В.С./

Заведующий кафедрой  
«Бизнес-информатика и высшая математика»  
«27» июня 2024 г.

 /Дробышева И.В./

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Наименование дисциплины	4
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	4
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	6
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	6
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	7
5.1	Содержание дисциплины	7
5.2	Учебно-тематический план	10
5.3	Содержание семинаров, практических занятий	11
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	23
6.1	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	23
6.2	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	24
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	27
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	38
9	Перечень ресурсов информационно – телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	40
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	41
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	44
11.1	Комплект лицензионного программного обеспечения	44
11.2	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	44
11.3	Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации	44
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	44

## 1. Наименование дисциплины

«Математика».

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
УК-10	Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации	<b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа. <b>Уметь:</b> решать типовые математические задачи, используемые при принятии финансово-экономических решений.
		2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу variability	<b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа. <b>Уметь:</b> проводить отбор адекватных математических методов и моделей для постановки, решения и анализа получаемых результатов в конкретных прикладных задачах.
		3. Формирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп	<b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа. <b>Уметь:</b> применять математические методы для постановки, решения и интерпретации получаемых результатов в задачах моделирования и описания профессиональной деятельности.
		4. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности	<b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа. <b>Уметь:</b> применять математические методы для постановки и принятия финансово-экономических решений.

		5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования финансово-экономических процессов и отношений.</p>
ПКН-3	Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты	1. Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.	<p><b>Знать:</b> основные способы сбора, обработки информации, способы математического анализа данных.</p> <p><b>Уметь:</b> применять инструменты современной математики к анализу результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делать на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений в области бизнес-анализа, налогов и аудита.</p>
		2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> проводить отбор адекватных математических методов и моделей для постановки, решения и анализа получаемых результатов в конкретных прикладных задачах.</p>
		3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования финансово-экономических процессов и отношений.</p>
		4. Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> проводить анализ математических методов и моделей при решении конкретных прикладных задач и получаемых при этом результатов.</p>

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика» является дисциплиной цикла математики и информатики по направлению подготовки 38.03.01 – Экономика, ОП: «Экономика и финансы». Код дисциплины Б1.1.2.1.

Изучение дисциплины «Математика» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Дисциплина «Математика» является теоретической основой для всех дисциплин цикла математики и информатики, а математические понятия и методы используются в дальнейшем при изучении общепрофессиональных дисциплин и дисциплин профиля.

### 4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

#### *ОП «Экономика и финансы», очная и очно-заочная форма обучения*

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>6/216</b>	<b>108/124</b>	<b>108/92</b>
<i>Контактная работа- Аудиторные занятия</i>	<i>100/84</i>	<i>50/50</i>	<i>50/34</i>
<i>Лекции</i>	<i>32/32</i>	<i>16/16</i>	<i>16/16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>68/52</i>	<i>34/34</i>	<i>34/18</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>116/132</i>	<i>58/74</i>	<i>58/58</i>
Вид текущего контроля		контрольная работа	контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		зачет	экзамен

#### *ОП «Бизнес-анализ, налоги и аудит», очная форма обучения*

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>6/216</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<i>Контактная работа- Аудиторные занятия</i>	<i>100</i>	<i>50</i>	<i>50</i>

<i>Лекции</i>	<i>32</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>68</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>116</i>	<i>58</i>	<i>58</i>
Вид текущего контроля		контрольная работа	контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		зачет	экзамен

## **5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий**

### **5.1 Содержание дисциплины**

#### **Раздел 1 – Математический анализ**

##### **Тема 1.**

Числовые множества и функции Элементы теории множеств. Кванторы. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества. Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Понятие функции. Числовая функция одной переменной. Способы задания функций. График функции. Свойства функций одной переменной: четность и нечетность, монотонность, выпуклость, периодичность, ограниченность. Функциональные зависимости в экономике: функции полезности, однофакторные производственные функции, функции спроса и предложения. Функции средних издержек и связь между ними ( $ATC = AVC + AFC$ ).

##### **Тема 2.**

Предел и непрерывность Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности. Геометрическая и арифметические прогрессии. Простые и сложные проценты. Нарращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов. Паутинообразная модель рынка одного товара. Последовательность цен и ее сходимость. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Примеры непрерывных и разрывных функций в экономике: функция издержек, зависимость налоговой ставки от дохода (случай пропорционального и прогрессивного налога). Асимптоты графика функции. Асимптотическое поведение функций спроса Торнквиста.

##### **Тема 3.**

Дифференциальное исчисление функций одной переменной Производная функции,

ее геометрический смысл, свойства производной. Производная сложной и неявно заданной функций. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда. Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу. Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Монотонность функции. Условие монотонности. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Задача максимизации прибыли. Моделирование налоговых поступлений в бюджет. Кривая Лаффера. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Полное исследование функции и построение графика с помощью дифференциального исчисления.

#### **Тема 4.**

Интегральное исчисление функций одной переменной Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница и ее применение. Выпуск продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства. Среднее значение функции. Средняя производительность труда, средняя капиталотдача. Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.

#### **Тема 5.**

Функции нескольких переменных Пространство  $R^n$ . Множества в пространстве  $R^n$ . Функции нескольких переменных. Примеры функций нескольких переменных в экономике: функция полезности, многофакторные производственные функции (мультипликативная, Кобба-Дугласа). Способы задания функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Кривые безразличия и изокванты. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Средняя и предельная производительность труда и капиталотдача. Коэффициенты эластичности выпуска по труду и капиталу. Предельные нормы замещения факторов производства. Производная сложной функции. Производная по направлению и градиент. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточное условие для случая двух независимых переменных. Условный экстремум. Метод подстановки. Метод множителей Лагранжа. Задача потребительского выбора, экономический смысл множителей Лагранжа. Глобальный экстремум. Минимизация затрат и максимизация прибыли многопродуктовой фирмы. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.

#### **Тема 6.**

Числовые ряды Понятие о числовых рядах. Сходимость ряда. Сумма ряда. Вечная



рента.

## **Тема 7.**

Дифференциальные уравнения Социально-экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши. 12 Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.

## **Раздел 2 – Линейная алгебра**

### **Тема 8.**

Системы линейных уравнений и неравенств Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений. Определение решения системы линейных уравнений. Эквивалентность систем линейных уравнений. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование и решение системы линейных уравнений методом Жордана Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними. Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике: бюджетные множества, ограничения по использованию ресурсов. Поиск неотрицательных базисных решений системы линейных уравнений. Симплексные преобразования.

### **Тема 9.**

Векторы и матрицы Арифметические векторы и их использование в экономике. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Примеры скалярного произведения в экономике. Длина вектора. Угол между векторами. Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций над матрицами. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований.

### **Тема 10.**

Линейное пространство Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при за-

мене базиса.

### Тема 11.

Линейные преобразования и квадратичные формы Линейные преобразования пространства  $R^n$  (линейные операторы). Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы. Линейная модель обмена (модель международной торговли). Симметрические матрицы и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду. Кривые второго порядка.

### Тема 12.

Линейное программирование Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике. Линейная производственная задача. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. 14 Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений. Алгоритм симплексного метода линейного программирования. Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности. Экономическая интерпретация задачи линейного программирования, симплексного метода, симплексных оценок. Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи. Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация. Малая теорема двойственности. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация. Несимметричная пара двойственных задач. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация. Область устойчивости двойственных оценок. Транспортная задача. Задача, двойственная к транспортной. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей. Вырожденная транспортная задача. Фиктивные поставки. Открытая транспортная задача, фиктивные поставщики и потребители. Обязательные и запрещенные поставки.

## 5.2. Учебно – тематический план

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции и	Семинары, практические занятия		
1.	Числовые множества и функции.	10	4	2	2	6/6	Самостоя тельные работы. Участие в решении задач на
2.	Предел и непрерывность	16	8	2	6/4	8/10	
3	Дифференциаль	28	18	4	14/10	10/14	

	ное исчисление функций одной переменной						практических занятиях. Обсуждение решенных задач. Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
4.	Интегральное исчисление функций одной переменной	24	14	4	10/8	10/12	
5.	Функции нескольких переменных	34	16	6	10/8	18/20	
6.	Числовые ряды	4	2	0	2	2/2	
7.	Дифференциальные уравнения	12	4	2	2	8/8	
8.	Системы линейных уравнений и неравенств	14	4	0	4/2	10/12	
9.	Векторы и матрицы	18	8	4	4	10/10	
10.	Линейное пространство	6	4	2	2	2/2	
11.	Линейные преобразования и квадратичные формы	16	6	2	4/2	10/12	
12.	Линейное программирование	34	12	4	8/6	22/24	
	В целом по дисциплине	216	100/84	32/32	68/52	116/132	
	Итого в %	100	46/39	15/15	31/25	54/60	

### 5.3 Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
1. Числовые множества и функции.	Элементы теории множеств. Кванторы. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.	- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;

1. Числовые множества и функции.	<p>Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.</p> <p>Понятие функции. Числовая функция одной переменной. Способы задания функций. График функции. Свойства функций одной переменной: четность и нечетность, монотонность, выпуклость, периодичность, ограниченность.</p> <p>Функциональные зависимости в экономике: функции полезности, однофакторные производственные функции, функции спроса и предложения. Функции средних издержек и связь между ними (<math>ATC = AVC + AFC</math>).</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
2. Предел и непрерывность.	<p>Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности. Геометрическая и арифметические прогрессии.</p> <p>Простые и сложные проценты. Нарращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов.</p> <p>Паутинообразная модель рынка одного товара. Последовательность цен и ее сходимость.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

	<p>Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Примеры непрерывных и разрывных функций в экономике: функция издержек, зависимость налоговой ставки от дохода (случай пропорционального и прогрессивного налога). Асимптоты графика функции. Асимптотическое поведение функций спроса Торнквиста.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	<p>Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной. Производная сложной и неявно заданной функций. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда. Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

<p>Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
<p>Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
<p>Монотонность функции. Условие монотонности. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Задача максимизации прибыли. Моделирование налоговых поступлений в бюджет. Кривая Лаффера. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

	<p>Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.</p> <p>Выпуклость графика функции. Точки перегиба.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Полное исследование функции и построение графика с помощью дифференциального исчисления.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
4. Интегральное исчисление функций одной переменной	<p>Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

	<p>Основные методы интегрирования: интегрирование по частям.  <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Интегрирование рациональных функций. <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница и ее применение. Выпуск продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства. Среднее значение функции. Средняя производительность труда, средняя капиталоотдача.  <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.  <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий;</li> </ul>



<p>5. Функции нескольких переменных</p>	<p>Пространство <math>R^n</math>. Множества в пространстве <math>R^n</math>. Функции нескольких переменных. Примеры функций нескольких переменных в экономике: функция полезности, многофакторные производственные функции (мультипликативная, Кобба-Дугласа). Способы задания функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Кривые безразличия и изокванты. <i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Средняя и предельная производительность труда и капиталоотдача. Коэффициенты эластичности выпуска по труду и капиталу. Предельные нормы замещения факторов производства. Производная сложной функции. Производная по направлению и градиент. <i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточное условие для случая двух независимых переменных. <i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

	<p>Условный экстремум. Метод подстановки. Метод множителей Лагранжа. Задача потребительского выбора, экономический смысл множителей Лагранжа.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Глобальный экстремум. Минимизация затрат и максимизация прибыли многопродуктовой фирмы.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
	<p>Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
6. Числовые ряды	<p>Понятие о числовых рядах. Сходимость ряда. Сумма ряда. Вечная рента.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

7. Дифференциальные уравнения	<p>Социально-экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.</p> <p>Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.</p> <p>Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.6, 8.7, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
8. Системы линейных уравнений и неравенств	<p>Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений. Определение решения системы линейных уравнений. Эквивалентность систем линейных уравнений. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p>Исследование и решение системы линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений.</p> <p>Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
8. Системы линейных уравнений и неравенств	<p>Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве.</p> <p>Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике: бюджетные множества, ограничения по использованию ресурсов.</p> <p>Поиск неотрицательных базисных решений системы линейных уравнений. Симплексные преобразования</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	
9. Векторы и матрицы	<p>Арифметические векторы и их использование в экономике. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Примеры скалярного произведения в экономике. Длина вектора.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции,</li> <li>- разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию ли-</li> </ul>

	<p>Угол между векторами.  <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<p>тературных источников;  - подготовка к семинарским и практическим занятиям;  - выполнение домашних заданий</p>
	<p>Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций над матрицами.  Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.  Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.  Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований.  <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<p>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;  - изучение рекомендованных к занятию литературных источников;  - подготовка к семинарским и практическим занятиям;  - выполнение домашних заданий</p>
10. Линейное пространство и линейные преобразования	<p>Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса.  <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<p>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;  - изучение рекомендованных к занятию литературных источников;  - подготовка к семинарским и практическим занятиям;  - выполнение домашних заданий</p>
11. Линейные преобразования и квадратичные формы	<p>Линейные преобразования пространства <math>R^n</math> (линейные операторы). Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.  <i>Рекомендуемые источники:</i>  [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<p>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;  - изучение рекомендованных к занятию литературных источников;  - подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p>

		выполнение домашних заданий
	<p>Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы. Линейная модель обмена (модель международной торговли).</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<p>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>- выполнение домашних заданий</p>
	<p>Симметрические матрицы и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду. Кривые второго порядка.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<p>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>- выполнение домашних заданий</p>
12. Линейное программирование	<p>Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике. Линейная производственная задача. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<p>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>- выполнение домашних заданий</p>

<p>Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.</p> <p>Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности. Экономическая интерпретация задачи линейного программирования, симплексного метода, симплексных оценок.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
<p>Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.</p> <p>Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация. Малая теорема двойственности. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.</p> <p>Несимметричная пара двойственных задач. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация. Область устойчивости двойственных оценок.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий;</li> <li>- выполнение заданий контрольной работы</li> </ul>
<p>Транспортная задача. Задача, двойственная к транспортной. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей.</p> <p>Вырожденная транспортная задача. Фиктивные поставки. Открытая транспортная задача, фиктивные поставщики и потребители. Обязательные и запрещенные поставки.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1 Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
1.Числовые множества и функции	Арифметические действия с комплексными числами. Представление комплексного числа в алгебраической и тригонометрической форме.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
2.Предел и непрерывность	Вычисление пределов числовой последовательности, функций на бесконечности и в точке. Определение точек разрыва и асимптот графика функции.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
3.Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Вычисление производных. Нахождение пределов по правилу Лопиталя. Исследование функции и построение ее графика (интервалы монотонности и экстремумы, интервалы выпуклости и точки перегиба, асимптоты). Определение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
4. Интегральное исчисление функций одной переменной	Нахождение неопределенных интегралов различными методами. Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница, сходящихся несобственных интегралов, площадей плоских фигур.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
5. Функции нескольких переменных	Вычисление частных производных, производной сложной функции, производной по направлению и градиента. Нахождение локальных и условных экстремумов. Определение наибольших и наименьших значений. Вычисление кратных интегралов.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников

6. Числовые ряды	Понятие о числовых рядах. Сходимость ряда. Сумма ряда. Вечная рента.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
7. Дифференциальные уравнения	Решение дифференциальных уравнений первого порядка и линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
8. Системы линейных уравнений и неравенств	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Жордана-Гаусса. Прямые на плоскости, прямые и плоскости в пространстве	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
9. Векторы и матрицы	Решение задач на операции с векторами и матрицами. Вычисление ранга матрицы, обратной матрицы. определителя матрицы.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
10. Линейное пространство	Исследование системы векторов на линейную зависимость. Базис и размерность пространства.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
11. Линейные преобразования и квадратичные формы	Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы. Решение задач на знакоопределенность квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
12. Линейное программирование	Решение задач линейного программирования графическим и симплексным методами.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников

## 6.2. Примеры заданий для подготовки к текущему контролю

### Примеры заданий для подготовки к контрольной работе №1

1. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2) - x}{x^2 + 2x}$ .



2. Зависимость спроса на товар от его цены выражается функцией

$$D(p) = \frac{72}{p^2 + 2p}. \text{ Найдите спрос на товар, предельный спрос и точечную}$$

эластичность спроса по цене при  $p = 2$  д.е. Чему будет равна средняя эластичность спроса по цене, при увеличении цены на 5%?

3. Найдите производную неявно заданной функции  $x^2 + yx^2 = 1$ .

4. Полные издержки при выпуске  $q$  единиц продукции выражаются функцией  $C(q) = 36 + 10q + q^2$ . Функция спроса на эту продукцию имеет вид  $q = 10 - 0,02p$ , где  $p$  – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек  $C(q)$ ; б) средних издержек

$$AC(q) = \frac{C(q)}{q}.$$

2) Постройте график предельных издержек  $MC(q) = C'(q)$ .

3) Составьте функцию дохода  $R(q)$  от продажи  $q$  единиц товара по цене  $p$ .

4) Найдите прибыль  $I(q)$ .

5) Постройте графики дохода  $R(q)$  и прибыли  $I(q)$ .

6.) Исследуйте функцию  $y = \frac{4x^2 + 13x + 7}{x + 3}$  и постройте ее график.

5. Производительность труда одного рабочего за одну смену описывается функцией  $p(t) = 10,5t - 0,75t^2$ , где  $t$  – время в часах,  $0 \leq t \leq 8$ . Определите объем выпуска продукции за 20 рабочих дней бригадой, состоящей из 6 человек.

6.. Вычислите интеграл  $\int_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 - 1}$

### Пример заданий для подготовки к контрольной работе № 2

1. Исследуйте на экстремум функцию  $z = y^3 + 3x^2y - 18x - 30y + 1$ .

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид

$$u(x, y) = 5x^{0,75}y^{0,25}, \text{ где } x, y - \text{количества приобретаемых товаров.}$$

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в  $I = 1899$  д.е., а цены товаров равны 13 д.е. и 5 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребителя.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

8) Поясните экономический смысл найденных показателей.

3. Решите дифференциальное уравнение  $y' - 5y' + 4y = 2x - 1$ .

4. Вычислите ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 \\ 1 & 4 & 6 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

5. Решите систему линейных алгебраических уравнений и найдите не менее двух ее базисных неотрицательных решений

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран

$$X = \begin{pmatrix} 12000000000 \\ 7000000000 \end{pmatrix}, \text{ а структурная матрица } A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,8 \\ 0,7 & 0,2 \end{pmatrix}$$

7. Для изготовления изделий двух видов имеется 100 кг сырья. На изготовление одного изделия первого вида расходуется 2 кг, на изготовление одного изделия второго вида – 4 кг сырья. Составьте план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если необходимо изготовить не более 40 изделий первого вида и не более 20 изделий второго вида, а отпускная стоимость одного изделия первого вида составляет 3000 руб., а изделия второго вида – 2000 руб.

8. Найдите матрицу  $D=2A^t-BC^2$   $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 4 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -7 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

*Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента математики Факультета информационных технологий и анализа больших данных.*

## **7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе **2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».**

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний**

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (УК-1)	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> решать типовые математические задачи, используемые при принятии финансово-экономических решений.</p>	<p>Найдите производную функции <math>f(t) = F(K(t), L(t))</math> в точке <math>t=0</math>, если <math>K(t) = 0,4t + 200</math>, <math>L(t) = 3000e^{0,03t}</math>, <math>F(K, L) = 4K^{0,25}L^{0,75}</math></p> <p>Предприятие производит продукцию двух видов, используя при этом ресурсы трех видов. Известна технологическая матрица</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ и вектор запасов } R = \begin{pmatrix} 100 \\ 60 \\ 75 \end{pmatrix}$ <p>Изобразите множество возможных планов производства. Составьте план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если цена изделия первого вида составляет 1000 руб., а изделия второго вида – 2000 руб.</p>
	2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу variability.	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> проводить отбор адекватных</p>	<p>Полные издержки при выпуске <math>q</math> единиц продукции выражаются функцией <math>C(q) = 32 + 8q + q^2</math>. Функция спроса на эту продукцию имеет вид <math>q = 12 - 0,03p</math>, где <math>p</math> – цена единицы продукции. Найдите минимум средних издержек <math>AC(q) = \frac{C(q)}{q}</math>.</p> <p>Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран</p>

		математических методов и моделей для постановки, решения и анализа получаемых результатов в конкретных прикладных задачах.	$X = \begin{pmatrix} 12000000000 \\ 70000000000 \end{pmatrix}$ , а структурная матрица $A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,8 \\ 0,7 & 0,2 \end{pmatrix}$																					
3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> применять математические методы для постановки, решения и интерпретации получаемых результатов в задачах моделирования и описания профессиональной деятельности.</p>	<p>1. Предприятие планирует выпуск двух видов продукции <i>I</i> и <i>II</i>, на производство которых расходуется три вида сырья <i>A</i>, <i>B</i> и <i>C</i>. В таблице дан расход каждого вида сырья на производство единицы изделия каждого вида и прибыль от реализации единицы изделия каждого вида.</p> <table><tr><th rowspan="2">Виды сырья</th><th colspan="2">Виды продукции</th><th rowspan="2">Запасы сырья</th></tr><tr><th><i>I</i></th><th><i>II</i></th></tr><tr><td><i>A</i></td><td>4</td><td>2</td><td>16</td></tr><tr><td><i>B</i></td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr><tr><td><i>C</i></td><td>2</td><td>7</td><td>14</td></tr><tr><td>Прибыль</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr></table> <p>Найти оптимальный план производства и остаток каждого вида сырья.</p> <p>2. Для выполнения оптимального бизнес-планирования требуется решить следующую задачу линейного программирования:</p> $f(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$ $x_1 + x_2 \geq 4$ $-x_1 + 2x_2 \leq 2$ $x_1 + 2x_2 \leq 10$ $-4x_1 + 6x_2 \leq 5$ $x_1, x_2 \geq 0$	Виды сырья	Виды продукции		Запасы сырья	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>A</i>	4	2	16	<i>B</i>	1	1	12	<i>C</i>	2	7	14	Прибыль	2	4	
Виды сырья	Виды продукции			Запасы сырья																				
	<i>I</i>	<i>II</i>																						
<i>A</i>	4	2	16																					
<i>B</i>	1	1	12																					
<i>C</i>	2	7	14																					
Прибыль	2	4																						
4. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций,	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.</p>	<p>1. Производительность труда рабочего за одну смену описывается функцией <math>p(t) = 15t - 0,5t^2</math>, где <i>t</i> – время в часах, <math>0 \leq t \leq 8</math>. Определите объем выпуска продукции за день для данного рабочего и среднюю производительность труда за один час.</p>																						

	оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	<b>Уметь:</b> применять математические методы для постановки и принятия финансово-экономических решений.	Определить размер вклада, обеспечивающего получение дохода 70000 руб., если срок вклада 3 года, годовая процентная ставка 6%, начисление процентов ежемесячное.																								
	5.Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	<b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.  <b>Уметь:</b> применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования финансово-экономических процессов и отношений.	Найти доход от реализации 16 единиц продукции, если предельный доход при реализации $x$ единиц продукции равен $MR(x) = 2,4x^3 + 12,8x^2 - 38,5$ .  На фабрике производятся товары двух видов в количествах соответственно $x$ и $y$ . Цены на эти товары, соответственно, составляют $p_1=32$ и $p_2=24$ денежных единицы. Найти количество обоих видов товаров, которое необходимо произвести, чтобы получить наибольшее значение прибыли, если функция издержек имеет вид $C(x, y) = \frac{3}{2}x^2 + 2xy + y^2$																								
Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты (ПКН-3)	1. Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.	<b>Знать:</b> основные способы сбора, обработки информации, способы математического анализа данных.	Сталеплавильная компания располагает тремя заводами А, Б, В. Свою продукцию она поставляет четырём потребителям I, II, III, IV. В таблице указаны производственные мощности заводов (тыс. т за некоторый промежуток времени), потребности потребителей и стоимости перевозки 1 тыс. т стали от заводов к потребителю. <table><tr><td></td><td>I</td><td>II</td><td>III</td><td>IV</td><td>Производство</td></tr><tr><td>А</td><td>15</td><td>19</td><td>19</td><td>15</td><td>50</td></tr><tr><td>Б</td><td>12</td><td>10</td><td>20</td><td>19</td><td>30</td></tr><tr><td>В</td><td>14</td><td>16</td><td>15</td><td>18</td><td>20</td></tr></table>		I	II	III	IV	Производство	А	15	19	19	15	50	Б	12	10	20	19	30	В	14	16	15	18	20
	I	II	III	IV	Производство																						
А	15	19	19	15	50																						
Б	12	10	20	19	30																						
В	14	16	15	18	20																						

		<b>Уметь:</b> применять инструменты современной математики к анализу результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делать на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений в области бизнес-анализа, налогов и аудита.	<table><tr><td>Потребности</td><td>1 5</td><td>1 5</td><td>4 0</td><td>3 0</td><td></td></tr></table> <p>Составить план перевозок, при котором вся сталь с каждого завода была бы вывезена и потребности всех потребителей удовлетворены, наименьшей стоимости. В ответе указать общую стоимость перевозок.</p> <p>Даны функция спроса на некоторый товар <math>D(p) = 82 - 15p - 10p^2</math> и функция предложения этого товара <math>S(p) = 2p^2 + 3p - 2</math>, где <math>p</math> – цена товара в рублях. Вычислите эластичность спроса по цене в точке рыночного равновесия</p>	Потребности	1 5	1 5	4 0	3 0	
Потребности	1 5	1 5	4 0	3 0					
2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.	<b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.  <b>Уметь:</b> проводить отбор адекватных математических методов и моделей для постановки, решения и анализа получаемых результатов в конкретных прикладных задачах.	<p>Зависимость спроса на товар от его цены выражается функцией <math>D(p) = \frac{60}{p^2 + p}</math>.</p> <p>Найдите спрос на товар, предельный спрос и точечную эластичность спроса по цене при <math>p = 3</math> д.е. Чему будет равна средняя эластичность спроса по цене, при увеличении цены на 4%?</p> <p>Предельные издержки предприятия вычисляются по формуле <math>MC(q) = \frac{1280}{16 + q^{0.3}}</math>, где <math>q</math> – объём производства, а фиксированные издержки равны <math>FC = 38</math>. Вычислить общие издержки при объёме производства <math>q_0 = 5,5</math>. Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой.</p>							

	<p>3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.</p>	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь</b> применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования финансово-экономических процессов и отношений.</p>	<p>Рассчитайте размер таможенной пошлины (в валюте РФ) на ввозимый на территорию РФ товар. Партия товара представляет собой продукцию трёх видов: А, В, С. Известно, что таможенная стоимость продукции вида А равна 3500 рублей, для вида В стоимость составляет 4500 рублей, для С – 2000 рублей. Ставка пошлины для каждого вида продукции соответственно равна 25, 30 и 20%.</p> <p>В паутинообразной модели функция спроса имеет вид <math>D(p) = 12 - 3p</math>, а функция предложения – <math>S(p) = 2p - 3</math>. Начальная цена равна 2 д.е. Выпишите общую формулу для последовательности цен. Исследовать на сходимость данную последовательность цен.</p>
	<p>4. Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.</p>	<p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> проводить анализ математических методов и моделей при решении конкретных прикладных задач и получаемых при этом результатов.</p>	<p>1. Пусть <math>y(t)</math> – количество продукции, выпускаемой отраслью за время <math>t</math>; <math>p</math> – цена продукции. Сумма инвестиций (средств, направленных на расширение производства) <math>I(t)</math> пропорциональна доходу <math>py(t)</math> с коэффициентом пропорциональности <math>m</math> (<math>m = \text{const}</math>, <math>0 &lt; m &lt; 1</math>). Увеличение скорости выпуска продукции пропорционально увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности <math>\eta</math>. Требуется найти количество продукции, выпускаемой отраслью за время <math>t</math>, если в начальный момент времени <math>t = t_0</math>; <math>y = y_0</math>.</p> <p>2. В городе С имеется три главных промышленных объекта: угольная шахта, теплоэлектроцентраль и железная дорога. Из отчетов за ряд лет известны основные величины, входящие в структурную матрицу. А именно, чтобы добыть угля на 1 млн руб., необходимо затратить электроэнергии на 0,25 млн руб. и столько же на его транспортировку. Чтобы произвести электроэнергии на 1 млн руб., ТЭЦ требуется затратить 0,65 млн руб. на сжигаемый уголь, 0,05 млн руб. собственной электроэнергии и 0,05 млн руб. на транспортные расходы. Наконец, железной дороге для выполнения перевозок на 1 млн руб. надо затратить угля на 0,55 млн руб. и электроэнергии на 0,10 млн руб.</p>



			На следующую неделю внешние потребители заказали поставить им угля общей стоимостью 50 млрд руб. и электроэнергии на 25 млрд руб. Найти валовой объем каждой отрасли (в млрд руб.)
--	--	--	--

### Примеры практико-ориентированных заданий

- Даны функция спроса на некоторый товар  $D(p) = 82 - 15p - 10p^2$  и функция предложения этого товара  $S(p) = 2p^2 + 3p - 2$ , где  $p$  – цена товара в рублях. Вычислите эластичность спроса по цене в точке рыночного равновесия.
- Производительность труда одного рабочего за одну смену описывается функцией  $p(t) = 8t - 0,5t^2$ , где  $t$  – время в часах,  $0 \leq t \leq 8$ . Определите объем выпуска продукции 5 рабочими за 7 часов.
- У Насти есть 300 рублей. Она хочет купить шоколадки ценой 50 р. Полезность от этой покупки она оценивает функцией, где  $x$  – приобретённое количество шоколадок,  $y$  – оставшаяся часть дохода. Сколько купит шоколадок рациональная Настя?
- В рационе животных используются два вида кормов. Животные должны получить три вида веществ. Составить рацион кормления, обеспечивающий минимальные затраты. Исходные данные представлены в таблице

Необходимое количество питательных веществ	Содержание питательного вещества в единице корма	
	№1	№2
15	5	1
12	2	1
7	1	1
Стоимость единицы корма	40	30

### Примеры тестовых заданий

Указать номер правильного ответа (ответов).

- Производная функции  $f(x) = \sin^2(3x)$ 
  - $f'(x) = 2\cos(3x)$ ,
  - $f'(x) = 6\cos(3x)$ ,
  - $f'(x) = 2\sin(3x)\cos(3x)$ ,
  - $f'(x) = 6\sin(3x)\cos(3x)$ .

2. Матрица, обратная к матрице  $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$  равна

а)  $\frac{-1}{-2} \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$ ; б)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$ ; в)  $2 \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ ; г)  $\frac{-1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$

3. Если  $f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 2x_2 \\ -8x_1 + 6x_2 \end{pmatrix}$ , то матрица линейного оператора  $f$  имеет вид:

а)  $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} 2 & -8 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ ; в)  $\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ ; г)  $\frac{1}{28} \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

### Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Множество. Операции над множествами. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.

2. Комплексные числа и действия над ними. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.

3. Понятие функции. Свойства функций одной переменной.

4. Функциональные зависимости в экономике.

5. Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности.

6. Простые и сложные проценты. Нарращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов.

7. Паутинообразная модель рынка одного товара.

8. Числовой ряд. Сходимость ряда. Сумма ряда.

9. Предел функции в точке и на бесконечности.

10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

11. Первый и второй замечательные пределы.

12. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций.

13. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.

14. Точки разрыва и их классификация.

15. Асимптоты графика функции.

16. Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной.

17. Производная сложной и неявно заданной функций.
18. Предельные и средние величины в экономике (случай функции одной переменной).
19. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции одной переменной).
20. Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа.
22. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
23. Монотонность функции. Условие монотонности.
24. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
25. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
28. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
29. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
30. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
31. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.
32. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
33. Среднее значение функции.
34. Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.
35. Пространство  $R^n$ . Множества в пространстве  $R^n$ . Функции нескольких переменных.
36. Примеры функций нескольких переменных в экономике.
37. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
38. Частные производные функции нескольких переменных.
39. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.
40. Предельные и средние величины в экономике (случай функции

нескольких переменных).

41. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции нескольких переменных).

42. Производная сложной функции.

43. Производная по направлению и градиент.

### **Примерные вопросы для подготовки к экзамену**

1. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума.

2. Достаточное условие для случая двух независимых переменных.

3. Условный экстремум. Метод подстановки.

4. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

5. Глобальный экстремум.

6. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.

7. Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.

8. Уравнения с разделяющимися переменными.

9. Однородные уравнения первого порядка.

10. Линейное уравнение первого порядка.

11. Уравнение Бернулли.

12. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

13. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.

14. Арифметические векторы.

15. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц.

16. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц.

17. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.

18. Обратная матрица.

19. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы.

20. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

21. Прямые на плоскости.

22. Прямые и плоскости в пространстве.

23. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике.

24. Линейное (векторное) пространство.

25. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.

26. Линейные преобразования пространства  $R^n$  (линейные операторы).

27. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

28. Линейная модель обмена (модель международной торговли).

29. Симметрические матрицы и квадратичные формы.

30. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду.

31. Кривые второго порядка.

32. Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике.

33. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.

34. Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений.

35. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.

36. Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности.

37. Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.

38. Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация.

39. Малая теорема двойственности.

40. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач.
41. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.
42. Несимметричная пара двойственных задач.
43. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация.
44. Транспортная задача.
45. Задача, двойственная к транспортной.
46. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей.
47. Вырожденная транспортная задача.

### Пример экзаменационного билета

1. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. (10 баллов)
2. Даны векторы  $x$  и  $y$ , числа  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Найти скалярное произведение векторов  $x=(2; 5; -2)$  и  $y=(-7; -8; -12)$  и определить, является ли вектор  $a=(-3, 2, 16)$  их линейной комбинацией. (10 баллов)
3. Исследуйте на экстремум функцию  $f(x, y) = x^2 - 8\ln y - 2\ln x + y^2$  (10 баллов)
4. Решите дифференциальное уравнение  $y' = (1 - y)x$  (10 баллов)
5. Решите систему линейных алгебраических уравнений
 
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 12 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 = -8 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$
 (10 баллов)
6. Из трех холодильников, содержащих мороженое в количестве 15т, 15т, 10т, необходимо доставить его в три магазина, потребности которых в мороженом соответственно равны 8, 20, 12 т. Матрица  $C$  стоимости перевозки 1 т мороженого имеет вид  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Составить математическую модель задачи, если требуется найти такой план поставок мороженого, при котором стоимость перевозки будет минимальной. Найти оптимальный план и стоимость перевозки (10 баллов).

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Высшая математика для экономического бакалавриата. В 3 ч. Ч.1: учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; под ред. Н. Ш. Кремера. – Москва: Юрайт, 2019. – 276 с. – Бакалавр. Академический курс. – Текст: непосредственный. – То же 2023. – ЭБС Юрайт. – URL: <https://urait.ru/bcode/513040> (дата обращения: 04.05.2023). – Текст: электронный.

2. Математика для экономистов и менеджеров: учебник / Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; под общ. ред. Н. Ш. Кремера. – Москва: КноРус, 2022. – 479 с. – ЭБС BOOK.ru. – URL: <https://book.ru/book/942128> (дата обращения: 04.05.2023). – Текст: электронный.

3. Высшая математика: учебник и практикум для академического бакалавриата / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. – Москва: Юрайт, 2019. – 478 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ЭБС Юрайт. – URL: <https://urait.ru/bcode/433122>. – Текст: электронный.

### **Дополнительная литература:**

4. Математика в экономике. Ч.1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебник для студ. экономич. спец. вузов / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов [и др.]. – Москва: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2003, 2005, 2006, 2007, 2011. – 384 с. – Текст: непосредственный. – То же. 1999. – URL: <http://lpvserver190/fulltext/Book/TRUDY%20FA/Mathematics1.pdf> (дата обращения: 04.05.2023). – Текст: электронный.

5. Сборник задач по курсу «Математика в экономике». В 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебное пособие для студ., обуч. по спец. «Бух. учет, анализ и аудит», «Финансы и кредит», «Налоги и налогообложение» и «Мировая экономика» / С. В. Пчелинцев [и др.]; под ред. В. А. Бабайцева, В. Б. Гисина. – Москва: Финансы и статистика, 2013, 2017. – 256 с. – Текст: непосредственный.

6. Математика в экономике. Ч.2: Математический анализ: учебник для студ. экономич. спец. вузов / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов [и др.]. – Москва: Финансы и статистика; Инфра-М, 2003, 2005, 2007, 2011. – 557 с. – Текст: непосредственный. – То же. – 1999. – URL: <http://lpvserver190/fulltext/Book/TRUDY%20FA/Mathematics2.pdf> (дата обращения: 04.05.2023). – Текст: электронный

7. Сборник задач по курсу «Математика в экономике». В 3 ч. Ч. 2: Математический анализ: учебное пособие для студ., обуч. по спец. «Бух. учет, анализ и аудит», «Финансы и кредит», «Налоги и налогообложение» и «Мировая экономика» / Е. Н. Орел [и др.]; под ред. В. А. Бабайцева, В. Б. Гисина. – Москва: Финансы и статистика, 2010, 2013, 2017. – 368 с. – Текст: непосредственный.

8. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие: учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. – 5-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2023. – 760 с. – (Высшее образование). – ЭБС Юрайт. – URL: <https://urait.ru/bcode/510448> (дата обращения: 04.05.2023). – Текст: электронный.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации <http://org.fa.ru/>

2. Массовые открытые онлайн-курсы:

Математический анализ (часть 1) <https://stepik.org/course/716/promo>

Математический анализ (часть 2) <https://stepik.org/course/711/promo>

Линейная алгебра <https://stepik.org/course/83142/promo>

3. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета (электронная библиотека, ресурсы на русском языке):

[http://www.library.fa.ru/res\\_mainres.asp?cat=rus](http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=rus)

4. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета (электронная библиотека, ресурсы на иностранных языках):

[http://www.library.fa.ru/res\\_mainres.asp?cat=en](http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=en)



5. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>  
(<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf> )
6. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
7. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОН-ЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
8. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
9. «Деловая онлайн библиотека» издательства «Альпина Паблишер»  
<https://finunivers.alpinadigital.ru/>
10. Электронно-библиотечная система издательства «Лань»  
<https://e.lanbook.com/>
11. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»  
<https://urait.ru/>
12. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
13. Массовый открытый онлайн-курс/специализация «Вспомнить все! Школьная математика для первокурсников» / Финансовый университет при Правительстве РФ. — <https://online.fa.ru/courses/course-v1:fa+adaptmathem+2021/about>

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Обучающимся в рамках самостоятельной работы следует использовать Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные Приказом ректора №1040/о от 11.05.2021 г.

Самостоятельная работа студентов проходит внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В данном плане указана тематика лекций, семинаров, вопросы и задания для самостоятельного изучения. Во время лекций необходимо конспектировать содержание лекции. После лекции необходимо отредактировать записи, оформить конспект, дополняя его содержание дополнительной информацией. При оформлении конспекта целесообразно выделять названия тем и формулировки вопросов,

основные определения, примеры.

При подготовке к семинару необходимо изучить вопросы семинара, соответствующий теоретический материал, делая для себя необходимые записи в рабочей тетради. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы.

При затруднении в решении практических вопросов (задач), можно обратиться за консультацией (помощью) к преподавателю. Семинары проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность обучающихся, направленную на решение предложенных вопросов (вариантов задач), а также вариантов ответов на решаемые вопросы (проблемы).

Не следует бояться дать неверный ответ или допустить иную ошибку: исправление и анализ ошибок в режиме общения с преподавателем и сокурсниками в ходе семинара способствует более глубокому освоению учебного материала и предупреждает возникновение ошибок в дальнейшем. Домашние задания (подготовку к занятиям) следует осуществлять регулярно. Если то или иное задание, при подготовке к семинару вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю за консультацией. Регулярность в выполнении домашних заданий (подготовку к занятиям) - важный фактор качественного освоения дисциплины.

### ***Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья***

Профессорско-преподавательский состав знакомится с психологофизиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ). При необходимости осуществляется дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социальноактивные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных

отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учётом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем. Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ. Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учётом индивидуальных психофизических особенностей.

Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорнодвигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения). Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы.

Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

## ***Методические рекомендации по выполнению контрольной работы***

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы предусмотрены в «Методических рекомендациях по подготовке написанию и оформлению контрольной работы», разрабатываемой преподавателем кафедры на учебный год, в котором реализуется учебная дисциплины

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

### *11.1 Комплект лицензионного программного обеспечения*

1. Антивирусная защита ESET NOD32
2. Windows, Microsoft Office
3. Astra Linux

### *11.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

1. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»;
2. Информационно-правовая система «Гарант»;

### *11.3 Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации*

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации не предусмотрены

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном, доской меловой/интерактивной;

- библиотеку, имеющую рабочие места для студентов, оснащенные компьютерами с доступом к базам данных и сети Интернет

- компьютерные классы с набором лицензионного базового программного обеспечения для проведения практических занятий и выходом в глобальную сеть Internet;

#### Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины предполагается:

- сопровождение курса лекций наглядной презентацией, включающей практические примеры, схемы, графики, табличный материал;

- рассмотрение на семинарских занятиях наряду с математическими профессионально-ориентированных задач;

- деловые игры;

- виртуальное общение в течение срока изучения курса в целях обеспечения лекций и практических занятий необходимым материалом и также контроля самостоятельной работы студентов.